

RAPORT ȘTIINȚIFIC

Titlu Proiect: Spre o teorie a supraconductibilității nehermitice: aproximații de câmp mediu, efecte de impuritate și procesare cuantică

Contract nr. 13PCE din 08/01/2025

Cod de înregistrare nr. PN-IV-P1-PCE-2023-0987

Etapă nr. 1/2025

Cuprins

Obiectiv 1.....	1
Activitatea 1.....	1
Activitatea 2.....	1
Obiectiv 2.....	1
Activitatea 3.....	1
Sumar de progres.....	2
Bibliografie.....	2
Rezumat executiv.....	2

Obiectiv 1

Teoria generală a supraconductibilității nehermitice.

Activitatea 1

Act. 1.1. Modelarea supraconductibilității în teoria sistemelor cuantice deschise.

În teoria sistemelor cuantice deschise, un sistem cuantic este conectat la un mediu exterior modelat ca o baie cu care schimbă energie sau particule. Între metodele cele mai cunoscute pentru a trata dinamica sistemelor cuantice este cea a ecuației master pentru evoluția unui sistem [1,2]. Aceasta presupune un cuplaj slab între sistem și baie, iar corelațiile din baie decad mult mai rapid decât timpul caracteristic pentru evoluția sistemului. Astfel, se poate considera ca baia este fără memorie.

Pentru a trata supraconductibilitatea am considerat un sistem format dintr-un singur dot cuantic cu interacțiuni *on-site* atractive. În acest fel, dot-ul este un model minimal de supraconductor care în câmp mediu este caracterizat de un spectru de cvasi-particule Bogoliubov-de Gennes. Mediul exterior este considerat, în mod asemănător, ca un supraconductor în care cvasi-particulele sunt în echilibru termic. Cuplajul dintre dot și mediu este determinat de rate de schimb de cvasi-particule între cele două componente. Pentru a trata dinamica sistemului am rezolvat ecuațiile master pentru matricea densitate care caracterizează dot-ul. Am folosit tehnici de superfermioni dezvoltate în Ref. [3] pentru a reprezenta ecuația Lindblad într-o ecuație pentru evoluția unei stări, similar cu ecuația Schrödinger, dar acum pentru matricea densitate vectorizată: $i \frac{d}{dt} |\rho\rangle = \mathcal{L} |\rho\rangle$. Liouvillianul $\mathcal{L}$ are forma

$$\mathcal{L} = E b_{\sigma}^{\dagger} b_{\sigma} - i \gamma [(1-f) b_{\sigma}^{\dagger} b_{\sigma} + f b_{\sigma} b_{\sigma}^{\dagger}] + \gamma [(1-f) b_{\sigma} \tilde{b}_{\sigma} + b_{\sigma}^{\dagger} \tilde{b}_{\sigma}^{\dagger}] - (\sim),$$

unde E este energia de câmp mediu a dot-ului supraconductor, γ este rata de schimb de particule, iar b și $b^\dagger$ sunt operatori de anihilare și creare de cvasiparticule. Tilda reprezintă operația care mapează un fermion obișnuit în perechea sa, superfermion, care și conjugă numerele complexe.

Folosind cuantificarea a doua pentru superoperatori, am folosit tehnici de ecuație de mișcare pentru a determina diverse observabile în sistem. Mai precis, am obținut trei ecuații cuplate pentru ocuparea dot-ului cuantic n , amplitudinea parametrului de ordine supraconductor Δ , și faza lui ϕ ,

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta}{dt} &= -2\gamma\Delta\left[1 + \frac{U}{2E} \tanh\left(\frac{\beta E}{2}\right)\right], \\ \frac{d\phi}{dt} &= 2 + (1 - n)U, \\ \frac{dn}{dt} &= 2\gamma\left[1 - n - \frac{\epsilon}{E} \tanh\left(\frac{\beta E}{2}\right)\right].\end{aligned}$$

Temperatura inversă este $\beta = 1/T$, iar ϵ este energia dot-ului în stare normală, nesupraconductoare, U este interacțiunea Hubbard on-site, iar $E = \sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2}$. Ecuațiile sunt rezolvate pentru orice temperatură cu scopul de a vedea dacă starea supraconductoare este stabilă. Am determinat că sistemul evoluează spre două stări staționare de neechilibru (NESS) în funcție de condițiile inițiale și temperatură. În Fig. 1. reprezentăm evoluția parametrului supraconductor Δ când baia se află sub sau deasupra temperaturii critice. Sub temperatura critică, pentru orice stare inițială, parametrul de ordine evoluează la valoarea finită din NESS (linia albastră), dovedind că sistemul este supraconductor. Pentru temperaturi supracritice, chiar dacă inițial dot-ul este supraconductor, el pierde în timp orice corelații supraconductoare datorită comunicării cu baia de cvasi-particule.

Am dezvoltat în continuare teoria considerând că inițial avem populații diferite de spin $\uparrow$ and $\downarrow$, și astfel o magnetizare finită în sistem. Aici, în loc de o singură ecuație pentru ocuparea pe dot, avem două ecuații pentru cele două specii de spin. Cum era de așteptat, chiar dacă inițial avem ocupări diferite pentru cele două specii de spin, datorită faptului că cvasiparticulele sunt în echilibru termic în mediul exterior, starea finală este una nemagnetizată.

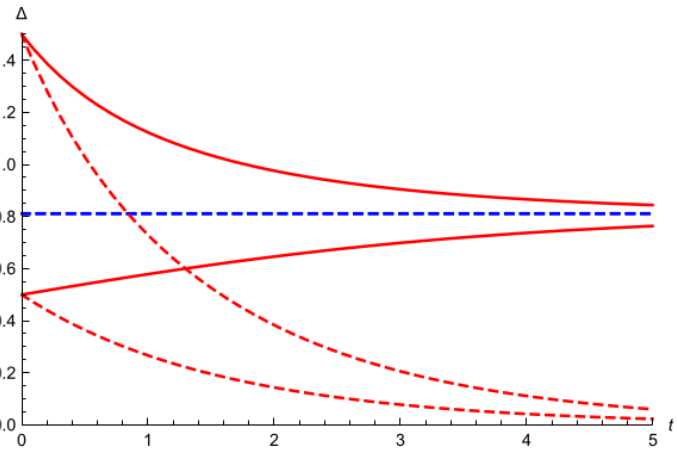


Fig. 1: Parametru de ordine supraconductor Δ tinde la valoarea din NESS (linia albastră) pentru două valori inițiale sub temperatura critică (linii roșii mențină o magnetizare finită. Totodată continue). Pentru aceleași valori inițiale, parametrul de ordine decade la zero deasupra temperaturii critice (linia roșie punctată).

Pasul următor este de a considera un termen de forțare în sistem care să aibă valori inițiale sub temperatura critică (linii roșii mențină o magnetizare finită. Totodată continue). Pentru aceleași valori inițiale, parametrul de ordine decade la zero deasupra temperaturii critice (linia roșie punctată).

vrem să extindem problema la un sistem cu mai multe site-uri care comunică între ele și schimbă cvasi-particule cu mediul exterior. Odată rezolvată problema de sistem

deschis cuantic, vom aborda sistemul corespondent nehermitic, în care termenii de reciclare din ecuațiile Lindblad sunt neglijați.

Activitatea 2

Act. 1.2. Dezvoltarea de teorii de câmp mediu pentru supraconductibilitate nehermitică.

Am studiat diverse teorii pentru studiul supraconductibilității în sisteme nehermitice. În particular, am studiat două teorii de câmp mediu pentru supraconductibilitatea nehermitică.

În prima teorie, inspirată de Ref. [4] am considerat un supraconductor de undă s care este obținut în urma unei teorii de câmp mediu aplicată la un Hamiltonian cu un termen de interacțiune complex, pur local de tip Hubbard. Acest tip de interacțiune corespunde, de exemplu, cazului în care există pierderi corelate de două particule din sistem datorită coliziunilor inelastice caracteristice pentru atomi ultrareci de pământuri alcaline [5]. Teoria de câmp mediu este efectuată în aproximația în care decuplăm termenul de interacțiune în canalul de perechi Cooper. Astfel se obține un supraconductor cu parametru de ordine complex. Pentru a simplifica calculul presupunem o densitate constantă în faza metalică din sistem, astfel încât ecuația pentru parametrul de ordine se poate rezolva analitic,

$$\frac{N}{U} = \sum_k \frac{1}{2E} \tanh(\beta E/2),$$

cu β , temperatura invers, $E = \sqrt{\xi_k^2 + \Delta^2}$, care depinde de dispersia normală ξ_k din sistemul normal, de parametrul de ordine supraconductor complex Δ , și N numărul de site-uri din sistem, iar U este interacțiunea nehermitică $U = \text{Re}U + i\text{Im}U$. Ecuația este rezolvată pentru a obține diagrama de fază a sistemului care decide când supraconductorul este stabil. La temperatură zero, $\beta \rightarrow \infty$, cu o densitate de stări ρ constantă la nivelul Fermi, obținem

$$\frac{1}{\rho U} = \ln\left(\frac{\omega_D + \sqrt{\omega_D^2 + \Delta^2}}{\Delta}\right),$$

similar cu cazul hermitic, dar acum cu parametrii complecși U și Δ . Frecvența Debye ω_D și densitatea sunt însă numere reale. Soluția aceste ecuații indică o diagramă de fază cu o stare normală care persistă la $\text{Re}U$ și disipare $\text{Im}U$ finită. În mod surprinzător, la interacțiune reală mică putem avea o tranziție din starea normală în starea supraconductoare cu creșterea disipării. Acest fenomen poate fi explicat ca datorat efectului Zeno cuantic care tinde să localizeze perechile Cooper la același site. Astfel starea supraconductoare persistă, chiar dacă este o stare metastabilă. Considerând că amplitudinea disipării devine mai mică, particulele se delocalizează și își pierd coerența datorită disipării. Astfel parametrul supraconductor Δ devine zero în această regiune. Rămâne de investigat stabilitatea supraconductorului în cadrul unei teorii conform postselecției.

În a doua teorie, am urmat Ref. [5], în care nehermiticitatea intră în sistem prin contactul cu mediul exterior. Hamiltonianul devine nehermitic datorită unei self-energii complexe induse în sistem. Aceasta codează faptul ca stările din sistem au o durată finită de viață datorită posibilității de a avea schimb de particule între sistem și mediul extern. Sistemul propriu-zis este o joncțiune supraconductoare Josephson de tip SNS, vezi Fig. 2. Electrozii supraconductori au o diferență de fază ϕ între ei, care generează un curent Josephson între cei

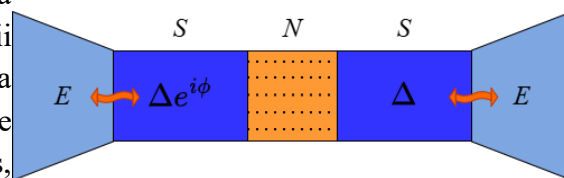
doi electrozi. Spectrul de stări pentru joncțiunea SNS este continuu deasupra benzii interzise supraconductoare Δ , considerată identică pentru cei doi electrozi supraconductori. În banda interzisă apar stări Andreev care mediază supracurentul Josephson. Electrozii supraconductori sunt conectați acum cu mediul exterior astfel încât energiile acestor stări devin complexe. Curentul este în mod obișnuit calculat ca o sumă pe aceste energii, ceea ce este evident problematic în acest caz. În plus, spectrul prezintă singularități sub forma punctelor excepționale, ceea ce cauzează discontinuitate și asimetrie în curent.

Ideea centrală de calcul a curentului este de a exprima valoarea de așteptare a operatorului curent într-o bază biortogonală. Deoarece curentul este definit ca variația energiei libere în sistem în raport cu diferența de fază, putem în final exprima valoarea lui de așteptare ca o derivată a Hamiltonianului efectiv nehermitic care integrează în el self-energia complexă. Curentul devine în acest caz

$$I(\phi) = -\frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \phi} \text{ImTr}[H \ln H].$$

Urma este calculată în baza biortogonală a

Hamiltonianului efectiv H . Consecința conectării sistemului la mediul extern este o atenuare a curentului critic Josephson cu un factor care depinde de energiile Andreev din sistem. În plus,



caracteristica curentului de tip funcție în dinți de fierăstrău se transformă într-o funcție sinusoidală. Efectul disipării este în acest caz similar efectelor de temperatură asupra curentului Josephson. Rămâne în continuare să stabilim o teorie urmând

Fig. 2: Schema unei joncțiuni Josephson SNS care comunică cu mediul exterior E . Există o diferență de fază ϕ între supraconductorii S iar în partea normală N se formează nivele Andreev.

abordarea de tip postselecție, în care sunt folosiți vectorii la dreapta ai Hamiltonianului. Aici va trebui luată în calcul norma valorilor de așteptare pentru a calcula corect valorile de așteptare pentru curent.

Obiectiv 2

Efecte de impuritate în supraconductibilitatea nehermitică.

Activitatea 3

Act. 3. Perturbații nehermitice în supraconductori hermitici.

În cadrul Activității 3, obiectivul inițial a fost construirea unor modele de impurități magnetice și paramagnetice clasice nehermitice încorporate în superconductori hermitici. Planul prevedea analizarea influenței acestora asupra spectrului cu ajutorul aproximației matricii T , investigarea apariției posibile a stărilor legate de tip Shiba, studierea efectelor potențialului nehermitic cu extensie spațială și explorarea altor grade interne de libertate ale perturbației, inclusiv structura orbitală.

Deși lucrările publicate au urmat inițial o traiectorie ușor diferită, acestea au rămas ancorate în studiul fizicii impurităților în sisteme superconductoare și *pseudogap*. În prima lucrare, *Kondo compensation in a pseudogap phase: A renormalization group study* [7], am

investigat o impuritate magnetică într-un gaz electronic cu densitate de stări care scade la nivelul Fermi (pseudogap). Deși potențialul impurității a rămas hermitic, analiza prin grupuri de renormalizare (RG) a permis explorarea dinamicii ecranării și a răspunsului spectral în condiții de structuri electronice puternic dependente de energie. Acest lucru poate fi considerat o extensie naturală a studiilor spectrale planificate inițial: pseudogap-ul acționează analog unui mediu supraconductor modificat, iar analiza ecranării impurității reflectă examinarea cu matricea T a modificărilor spectrale cauzate de perturbații. A doua lucrare, *Underscreened Kondo compensation in a superconductor* [8], investighează o impuritate magnetică de spin mare într-un superconductor de undă s . Interacțiunea dintre gap-ul supraconductor și ecranarea Kondo dă

naștere unei tranziții cuantice între fazele de tip dublet (parțial ecranat) și triplet (ne-ecranat), vezi Fig. 3. Deși modelul rămâne hermitic, studiul explorează formarea stărilor legate și structura spațială a corelațiilor de spin, rezonând cu obiectivul inițial de studiere a stărilor Shiba și a efectelor de extensie spațială a impurităților. Funcțiile de corelație spin-spin arată tipare oscilatorii și o decadere exponențială la distanțe mari, similar cu efectele spațiale anticipate pentru un potențial nehermitic. În plus, funcțiile spectrale calculate oferă o imagine detaliată asupra modificărilor induse de impuritate în stările electronice ale gazdei, similar analizei spectrale cu matricea T propuse inițial. În a treia

lucrare, *Spectral properties of fractionalized Shiba states* [9], am analizat stări legate (de tip Shiba) induse de impurități magnetice într-un superconductor. Această lucrare studiază în detaliu observabilele propuse în activități: efectului potențialului asupra spectrului și extensia spațială a perturbației. Studiul pune accent pe proprietățile spectrale: sunt calculate funcțiile de densitate de stări locale (LDOS) și se analizează cum se modifică acestea în funcție de parametrii impurității și ai gazdei. De asemenea, lucrarea evidențiază modul în care simetriile și interacțiunile locale influențează topologia și amplitudinea acestor stări legate. În acest model există o competiție între cuplajul Kondo dintre impuritate și electronii din sistem și corelațiile supraconductoare. Există o tranziție de fază de la o stare fundamentală cu moment localizat (stare singlet) când temperatura Kondo T_K este mai mică decât parametrul supraconductor Δ_s , și cazul când $\Delta_s > T_K$, când impuritatea nu este ecranată, și starea fundamentală are spin liber 1/2 (stare dublet). Această tranziție este determinată numeric cu ajutorul tehnicilor DMRG [10] și reprezentată în Fig. 2, pentru diferite valori ale cuplajului Kondo J și ale interacțiunii de tip Hubbard U din banda de electroni de conducție.

Împreună, aceste studii păstrează nucleul tematic al Activității 3: ele arată cum o perturbare locală afectează spectrul gazdei, induce stări localizate și interacționează cu

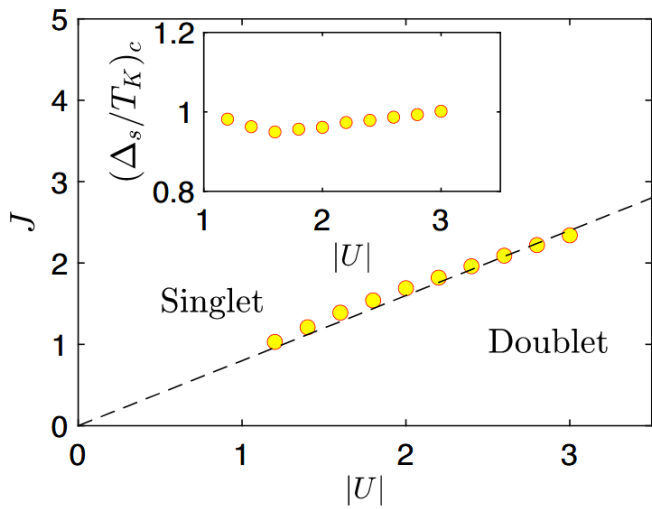


Fig. 3. Tranziția dintre starea fundamentală singlet-dublet în spațiul determinat de cuplajul Kondo și interacțiunea Hubbard. Panoul inserat indică o tranziție la $\Delta_s/T_K \sim 1$. Punctele galbene indică valorile critice determinate cu DMRG.

gradele interne de libertate ale impurității. Cadrul creat de aceste lucrări oferă o bază pentru introducerea efectelor nehermitice în extensii viitoare. Analiza RG și studiile spectrale pot fi privite ca instrumente complementare care surprind fizica similară cu cea de matrice T în limita hermitică, iar tranzițiile cuantice observate pot fi considerate precursori pentru explorarea stărilor legate exotice în contexte nehermitice.

În domeniul fizicii nehermitice am inițiat cercetarea în tehnicile de grup de renormare numeric (NRG) cu aplicație la fizica supraconductorilor. Ne-am concentrat asupra unei lucrări recente [11] care a formulat o strategie de calcul de renormare pentru modele nehermitice. Autorii au obținut diagrama de fază pentru modelul Kondo și modelul de impuritate Anderson în care există un cuplaj nehermitic cu o impuritate magnetică. Cuplajul la impuritatea magnetică introduce stări cu energie complexă deși supraconductorul gazdă rămâne hermitic. Calculul NRG pornește inițial de la premisa în care hamiltonianul gazdă este hermitic și are o densitate de stări care este discretizată. Gazda și impuritatea sunt mapate apoi pe un lanț Wilson. Conform unei proceduri iterative sunt introduse site-uri succesive și la fiecare pas sistemul este diagonalizat. Doar un număr limitat de stări sunt reținute. Datorită cuplajului nehermitic, energiile sunt complexe, iar procedura de trunchiere reține stările cu energia reală cea mai mică. Pentru cazul supraconductorilor, am inițiat o procedură similară. Supraconductorul gazdă este de undă s , reprezentat în câmp mediu de Hamiltonian Bogoliubov-de Gennes. Prezența benzii interzise în sistem ridică anumite dificultăți deoarece nu este clar dacă se poate obține o rezoluție bună pentru stări la energii mai mici decât banda. Aici am început să aplicăm tehnici dezvoltate pentru probleme pur hermitice [12]. Acum încercăm să implementăm metodele de calcul NRG în baze biortogonale. Acestea sunt utile deoarece vectorii proprii de stânga și dreapta pentru un hamiltonian sunt diferiți datorită nehermiticității. În bazele biortogonale, ambele seturi de vectori proprii sunt necesare pentru a calcula valori de așteptare. În codul inițial NRG abordăm cazul în care impuritatea este nehermitică, în timp ce supraconductorul gazdă este hermitic. Aceasta simplifică foarte mult calculul deoarece, discretizarea logaritmică, necesară în NRG, a densității de stări în supraconductor poate fi efectuată în mod asemănător cu calculul clasic efectuat de K. Wilson [13].

Sumar de progres

Proiectul se derulează conform planului de realizare, fără dificultăți sau întârzieri neprevăzute [cf., secțiunile anterioare].

Indicatorii estimați pe etapa 1 au fost 2 articole și site-ul de proiect. Indicatorii realizați au depășit estimările. Au fost publicate în jurnale ISI 12 articole, cu un articol adițional acceptat și în curs de publicare. Încă 3 articole sunt în curs de evaluare.

La diseminare, numărăm 5 prezentări orale la conferințe internaționale sau, respectiv, seminarii în universități străine. Membrii grupului au participat la 5 conferințe internaționale sau naționale. Totodată, au fost prezentate 2 postere la 2 conferințe internaționale.

Echipamentul de calcul achiziționat pe proiect a fost integrat în centrul de date INCDTIM <https://www.itim-cj.ro/grid/>. Severul a fost configurat ca un *hipervizor* Proxmox care controlează mașini virtuale de calcul adaptate diverselor sarcini pe proiect. Am instalat în

Proxmox un mini-cluster cu sistem SLURM de management al joburilor. Calculele cerute de activitățile 1-3 din etapa 1 au fost parțial realizate pe acest cluster.

Site-ul proiectului poate fi accesat la adresa <https://www.itim-cj.ro/pncdi/nhsuper/>.

Au fost raportate pe proiect 12 articole.

Articole publicate

1. D. Sticlet, B. Dóra, D. Szombathy, G. Zaránd, and C. P. Moca, *Nonstabilizerness in open XXZ spin chains: Universal scaling and dynamics*, [*Phys. Rev. Research* 7, 043130, \(2025\)](#).
2. Á. Bácsi, D. Sticlet, C. P. Moca, and B. Dóra, *Infinite-temperature spin dynamics in the asymmetric Hatsugai-Kohmoto model*, [*Phys. Rev. B* 112, 155129 \(2025\)](#).
3. L.-M. Pioraș-Țimbolmaș, L. Máthé, and L. P. Zârbo, *Circuit-QED for multi-Loop fluxonium-type qubits*, [*Photonics* 2025, 12\(5\), 417](#).
4. D. Szombathy, A. Valli, C. P. Moca, J. Asbóth, L. Farkas, T. Rakovszky, G. Zaránd, *Spectral properties versus magic generation in T-doped random Clifford circuits*, [*Phys. Rev. Research* 7, 043080 \(2025\)](#).
5. L. Máthé, I. Lianu, A. Calborean, I. Grosu, *Plasmon dispersion in two-dimensional systems with non-Coulomb interaction*, [*Crystals* 2025, 15\(11\), 985](#).
6. L. Máthé and I. Grosu, *Friedel oscillations in a two-dimensional electron gas and monolayer graphene with a non-Coulomb impurity potential*, [*Physica E* 173, 116328 \(2025\)](#).
7. A. Valli, C. P. Moca, M. A. Werner, M. Kormos, Ž. Krajnik, T. Prosen, and G. Zaránd, *Efficient computation of cumulant evolution and full counting statistics: Application to infinite temperature quantum spin chains*, [*Phys. Rev. Lett.* 135, 100401 \(2025\)](#).
8. B. Dóra, C. P. Moca, *Momentum space nonstabilizerness for the transverse field quantum Ising model*, [*Phys. Rev. B* 112, 125427, \(2025\)](#).
9. C. P. Moca, C. Hajdú, B. Dóra, G. Zaránd, *Spectral Properties of Fractionalized Shiba States*, *Phys. Rev. Lett.* 135, 126502 (2025).
10. D. Szombathy, A. Valli, C. P. Moca, L. Farkas, and G. Zaránd, *Asymptotically independent fluctuations of stabilizer Rényi entropy and entanglement in random unitary circuits*, [*Phys. Rev. Research* 7, 043072 \(2025\)](#).
11. A. Manaparambil, C. P. Moca, G. Zaránd, and I. Weymann, *Underscreened Kondo compensation in a superconductor*, [*Phys. Rev. B* 111, 235433 \(2025\)](#).
12. C. Hajdú, C. P. Moca, B. Dóra, I. Weymann, and G. Zaránd, *Kondo compensation in a pseudogap phase: A renormalization group study*, [*Phys. Rev. B* 111, 155125 \(2025\)](#).

Articole acceptate, în curs de publicare

1. D. Sticlet, R. Tetean, Coriolan Tiușan, Skymionic qubits stabilized by Dzyaloshinskii-Moriya interaction as platforms for qubits and quantum gates, [arXiv:2511.12250 \[quant-ph\]](#). DOI: <https://doi.org/10.1103/wq2b-b9fq>.

Conferințe și seminarii

1. D. Sticlet, *Stabilizer Rényi entropy in one-dimensional quantum spin systems*, The 17th International Conference on Physics of Advanced Materials, Hamamatsu, Japonia, 16-23 noiembrie 2025 (prezentare orală, invitată, online).
2. D. Sticlet, *Nonstabilizerness in many-body quantum systems*, Processes in Isotopes and Molecules, Cluj-Napoca, România, 16-19 septembrie, 2025 (prezentare orală).
3. D. Sticlet, [*Stabilizer Rényi entropy in many-body quantum spin systems*](#), Université Paris-Saclay, Franța, 3 iulie, 2025 (seminar invitat).
4. D. Sticlet, Semiclassical analysis of spin dynamics in the non-Hermitian Hubbard model, TIM 25 Physics Conference, Timișoara, România, 29-31 mai 2025 (prezentare orală).
5. C. P. Moca, Magic generation in spin chains and random circuits, TIM 25 Physics Conference, Timișoara, România, 29-31 mai 2025 (prezentare orală).

Postere

1. L. Máthé, Friedel oscillations in a two-dimensional Electron Gas and monolayer graphene with a non-Coulomb impurity potential, Processes in Isotopes and Molecules, Cluj-Napoca, România, 16-19 septembrie, 2025.
2. L. Máthé, Majorana signatures in a quantum dot side-coupled to a topological superconducting loop under the influence of electron-phonon interaction, Mallorca Topological Quantum Matter (MTQM), Palma de Mallorca, Spania 6-9 mai, 2025.

Bibliografie

- [1] G. Lindblad, On the generators of quantum dynamical semigroups, *Commun. Math. Phys.* **48**, 119 (1976).
- [2] V. Gorini, A. Kossakowski, and E. C. G. Sudarshan, Completely positive dynamical semigroups of N-level systems, *J. Math. Phys.* **17**, 821 (1976).
- [3] A. A. Dzhioev and D. S. Kosov, Super-fermion representation of quantum kinetic equations for the electron transport problem, *J. Chem. Phys.* **134**, 044121 (2011).
- [4] K. Yamamoto, M. Nakagawa, K. Adachi, K. Takasan, M. Ueda, and N. Kawakami, Theory of Non-Hermitian Fermionic Superfluidity with a Complex-Valued Interaction, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 123601 (2019).
- [5] M. Nakagawa, N. Kawakami, and M. Ueda, Non-Hermitian Kondo effect in ultracold alkaline-earth atoms, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 203001 (2018).
- [6] P.-X. Shen, Z. Lu, J. L. Lado, and M. Trif, Non-Hermitian Fermi-Dirac Distribution in Persistent Current Transport, *Phys. Rev. Lett.* **133**, 086301 (2024).
- [7] C. Hajdú, C. P. Moca, B. Dóra, I. Weymann, and G. Zaránd, Kondo compensation in a pseudogap phase: A renormalization group study, *Phys. Rev. B* **111**, 155125 (2025).
- [8] A. Manaparambil, C. P. Moca, G. Zaránd, and I. Weymann, Underscreened Kondo compensation in a superconductor, *Phys. Rev. B* **111**, 235433 (2025).
- [9] C. P. Moca, C. Hajdú, B. Dóra, and G. Zaránd, Spectral Properties of Fractionalized Shiba States, *Phys. Rev. Lett.* **135**, 126502 (2025).
- [10] S. R. White, Density matrix formulation for quantum renormalization groups, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2863 (1992).
- [11] P. C. Burke and A. K. Mitchell, *Non-Hermitian Numerical Renormalization Group: Solution of the Non-Hermitian Kondo Model*, arXiv:2504.07019.

- [12] T. Hecht, A. Weichselbaum, J. von Delft, and R. Bulla, Numerical renormalization group calculation of near-gap peaks in spectral functions of the Anderson model with superconducting leads, J. Phys. Condens. Matter **20**, 275213 (2008).
- [13] K. G. Wilson, The renormalization group: Critical phenomena and the Kondo problem, Rev Mod Phys **47**, 773 (1975).

Rezumat executiv

Proiectul se concentrează pe studiul supraconductibilității nehermitice, cu accent pe studiul și modelarea teoretică a efectelor impurităților magnetice, printr-o combinație de metode analitice și numerice. Obiectivele principale au fost dezvoltarea teoriilor de câmp mediu pentru supraconductori nehermitici, analiza dinamicii sistemelor cuantice deschise și investigarea impactului impurităților asupra proprietăților spectrale și stărilor legate.

În cadrul obiectivului 1, s-au studiat sisteme cuantice deschise prin ecuații master pentru matricea densitate, folosind tehnici de superfermioni pentru a determina evoluția parametrului de ordine supraconductor și a populațiilor de spin. Rezultatele arată că un sistem supraconductor investigat evoluează spre stări staționare de neechilibru, cu supraconductibilitate stabilă sub temperatura critică și pierderea coerenței în supraconductor pentru temperaturi supracritice. Extinderea la mai multe site-uri și introducerea magnetizării finite urmează ca pași viitori.

Tot în Obiectivul 1, s-au dezvoltat teorii de câmp mediu pentru sisteme nehermitice, abordând două abordări: (i) un Hamiltonian cu interacțiune Hubbard complex, generând un parametru de ordine supraconductor complex și diagrama de fază cu tranziții induse de efectul Zeno cuantic; (ii) un sistem Josephson de tip SNS conectat la mediu extern, în care energiile complexe ale stărilor Andreev permit calculul curentului Josephson printr-o bază biortogonală. Aceste teorii oferă o înțelegere detaliată a stabilității supraconductoarelor și a efectelor disipative.

În obiectivul 2, activitatea 3 a explorat efectele impurităților în supraconductori nehermitici. Modele de impurități magnetice și paramagnetice au fost studiate în context hermitic, prin analiza funcțiilor spectrale și a stărilor legate Shiba, oferind o bază solidă pentru introducerea efectelor nehermitice. S-au inițiat tehnici NRG (Numerical Renormalization Group) adaptate la hamiltonieni nehermitici, folosind baze biortogonale pentru a trata vectorii proprii stânga și dreapta, facilitând analiza impurităților nehermitice în supraconductori de undă s.

Indicatorii au fost realizați peste estimări. S-au publicat 12 articole în jurnale ISI, un articol suplimentar este acceptat și cu trei articole în curs de evaluare. Activitatea de diseminare include 5 prezentări orale și 2 postere la conferințe internaționale, cu participarea membrilor proiectului la 5 conferințe internaționale și naționale.

Site-ul proiectului: <https://www.itim-cj.ro/pncdi/nhsuper/>

Director Proiect,
Sticleț, Doru

